

# Spettrometro a reticolo e a prisma

Marilena Teri, Valerio Toso & Ettore Zaffaroni (gruppo Lu4)

## 1 Introduzione

### 1.1 Introduzione ai fenomeni in esame

Quando la luce viene fatta incidere normalmente alla superficie di un reticolo piano a trasmissione si osserva uno spettro costituito da frange determinate dai fenomeni di diffrazione e di interferenza che dipendono rispettivamente dalla larghezza delle singole fenditure e dalla distanza tra due fenditure successive. L'intensità luminosa delle frange è data da:

$$I(\theta) \propto \frac{\sin^2 \left( m\pi \frac{d}{\lambda} \sin\theta \right)}{\sin^2 \left( \pi \frac{d}{\lambda} \sin\theta \right)}$$

dove  $m$  è il numero di frange di fenditura investite dalla luce,  $d$  la distanza tra due fenditure successive,  $\lambda$  la lunghezza d'onda della radiazione monocromatica e  $\theta$  l'angolo di osservazione. È possibile determinare quindi la condizione per i massimi di intensità:

$$\frac{d}{\lambda} \sin\theta = k$$

dove  $k$  è un intero relativo.

Se un fascio luminoso policromatico viene rifratto attraverso un prisma le sue linee spettrali vengono deviate di un angolo diverso che dipende dalla loro lunghezza d'onda. Questo accade perché l'indice di rifrazione di un materiale varia in funzione della lunghezza d'onda del fascio di luce che lo attraversa.

Se il fascio incide la superficie laterale del prisma l'angolo di deviazione che si forma tra la direzione del fascio incidente e quella delle linee spettrali emergenti varia (oltre che in funzione della lunghezza d'onda delle linee) anche in funzione dell'angolo di incidenza. Considerando una singola linea di emissione questa funzione presenta un minimo ovvero un angolo di incidenza tale per cui la deviazione delle linee spettrali è minima.

Attraverso considerazioni geometriche e relazioni di rifrazione, conoscendo l'angolo  $\alpha$  formato dalle facce del prisma e misurando l'angolo di deviazione minima  $\delta_{\min}$  è dunque possibile ricavare l'indice di rifrazione del prisma per le varie lunghezze d'onda attraverso la formula:

$$n(\lambda) = \frac{\sin \frac{\alpha + \delta_{\min}}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

dove  $\alpha$  è l'angolo formato dalle facce del prisma e  $\delta_{\min}$  è l'angolo di deviazione minimo.

## 1.2 Obiettivi sperimentali

Questo esperimento si dividerà in due parti:

1. nella prima, utilizzando un reticolo a trasmissione, misureremo la lunghezza d'onda di alcune righe del mercurio;
2. nella seconda, utilizzando i risultati della prima parte, determineremo l'indice di rifrazione (relativo all'aria) di un vetro in funzione della lunghezza d'onda mediante un prisma di tale materiale.

## 2 Spettrometro a reticolo

### 2.1 Descrizione dell'apparato sperimentale

L'apparato sperimentale è costituito da una base fissa coassiale con due piattaforme girevoli. Sulla parte superiore della base è incisa una scala goniometrica graduata mentre sulle piattaforme girevoli sono incise due coppie di nonii diametralmente opposti che forniscono una precisione del primo di grado. Un collimatore è fissato alla base e porta ad un'estremità una fenditura regolabile in ampiezza. Un cannocchiale è invece solidale con la piattaforma girevole più esterna e dispone di un oculare con una croce per individuare il centro. L'altra piattaforma girevole, invece, sorregge un piattello regolabile in altezza e che può essere messo in bolla attraverso delle apposite viti; tale piattello ospita a sua volta il reticolo di diffrazione. Attraverso i nonii e una lente di ingrandimento è possibile leggere l'angolo di rotazione delle basi girevoli con una precisione del primo di grado. Le sorgenti luminose che utilizzeremo sono costituite da una lampada al sodio e da una lampada al mercurio.

### 2.2 Messa a punto dell'apparato sperimentale

Per prima cosa abbiamo acceso la lampada al sodio per permetterne il riscaldamento. Nel frattempo abbiamo messo a fuoco con il cannocchiale un punto lontano (le finestre sull'altro lato dell'edificio); in modo che il cannocchiale lavorasse in regime di raggi paralleli. Abbiamo quindi posto dietro al collimatore la lampada al sodio, orientato il

cannocchiale nella direzione del collimatore e regolato la larghezza della fenditura fino ad avere un'immagine nitida e sufficientemente luminosa.

Abbiamo poi posizionato il reticolo sulla piattaforma, l'abbiamo messa in bolla e ci siamo apprestati a renderlo ortogonale al fascio di luce entro qualche primo. Per prima cosa abbiamo valutato a occhio la posizione di massima ortogonalità e poi abbiamo misurato gli angoli di deviazione rispetto al massimo centrale ( $\theta_1$  e  $\theta_2$ ) di due righe omologhe (noi abbiamo usato la riga gialla del sodio di lunghezza d'onda maggiore per  $k = 3$ ); per fare ciò abbiamo posizionato la riga che ci interessava vicino al centro della croce, poi, una volta fissata la piattaforma esterna, abbiamo regolato finemente la posizione con la vite micrometrica e abbiamo letto il valore dell'angolo sul nonio.

Applicando la formula:

$$\beta = \frac{\theta_2 - \theta_1}{2} \cdot \frac{\cos \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}}{1 - \cos \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}}$$

si ricava di quanto va ruotata la piattaforma con il reticolo dall'angolo meno ampio a quello più ampio. Inoltre, conoscendo la lunghezza d'onda della riga considerata ( $\lambda = 589,6$  nm) ed essendo  $\theta_1 = \theta_2$ , abbiamo calcolato il passo del reticolo:

$$d = \frac{k\lambda}{\sin \theta_1} = 3373 \text{ nm}$$

Una volta completata questa procedura e controllato che a questo punto  $\theta_1 = \theta_2$  entro  $1'$ , abbiamo sostituito la lampada al sodio con quella al mercurio (accesa nel frattempo per permetterle di scaldarsi) e abbiamo verificato che fossero visibili le righe colorate.

### 2.3 Procedura sperimentale

Per prima cosa abbiamo valutato la posizione del massimo di ordine 0, ottenendo:

$$\theta_0 = 56^\circ 2' = 56,033^\circ \pm 0,017^\circ.$$

Poi, portandoci con il cannocchiale in corrispondenza dei massimi successivi (sia a destra che a sinistra), misuravamo la posizione angolare rispetto a  $\theta_0$  delle righe più visibili: il valore dell'angolo veniva letto da ciascuno di noi sui nonii e facevamo una media. Siamo riusciti a prendere le posizioni angolari dei massimi fino al terzo ordine da entrambe le parti per i seguenti colori: viola, blu, verde acqua, verde, giallo 1, giallo 2 e rosso (la posizione del rosso l'abbiamo presa solo al primo ordine, poiché agli ordini successivi non era sufficientemente intenso); i risultati sono riportati nella Tabella 1.

### 2.4 Elaborazione dei dati

Per ogni valore di  $\theta$  abbiamo calcolato la lunghezza d'onda mediante la formula:

$$\lambda = \frac{d}{k} \sin \theta$$

dove  $d$  è il passo del reticolo, misurato durante la messa a punto dell'apparato e  $\theta$  è l'angolo di deviazione del raggio. Abbiamo calcolato la media delle lunghezze d'onda così ottenute e l'errore sul valor medio mediante la deviazione standard divisa per la radice quadrata del numero di misure; in tabella vi sono i risultati ottenuti e le lunghezze d'onda tabulate.

Colore	$\lambda$ (nm)	$\lambda_{\text{teo}}$ (nm)
Viola	$404,4 \pm 0,2$	404,656
Blu	$435,6 \pm 0,3$	435,833
Verde acqua	$491,0 \pm 0,5$	491,607
Verde	$545,5 \pm 0,3$	546,074
Giallo 1	$577,1 \pm 0,6$	576,960
Giallo 2	$579,1 \pm 0,3$	579,066
Rosso	$622,9 \pm 1,5$	614,950

Osserviamo che tutte le lunghezze d'onda, eccetto il rosso, sono compatibili con quelle teoriche entro al più  $2\sigma$ .

### 3 Spettrometro a prisma

L'apparato sperimentale è simile a quello usato nella prima parte, con la differenza che al posto del reticolo vi è un prisma di vetro.

#### 3.1 Messa a punto dell'apparato sperimentale

Anche in questo caso abbiamo messo a fuoco con il cannocchiale un punto sufficientemente lontano da poter essere considerato all'infinito, abbiamo messo in bolla la piattaforma, abbiamo regolato la larghezza della fenditura e ci siamo assicurati di riuscire a vedere sia il raggio riflesso che quelli rifratti.

#### 3.2 Procedura sperimentale

Per prima cosa abbiamo misurato l'angolo  $\alpha$  del prisma: ci siamo portati con il cannocchiale in corrispondenza del raggio riflesso da una faccia del prisma, abbiamo fissato la piattaforma esterna e abbiamo letto l'angolo segnato dal nonio interno; abbiamo quindi ruotato la piattaforma con il prisma in modo da posizionare il raggio riflesso dalla faccia successiva al centro della croce, misurando nuovamente la posizione sul nonio interno.

L'angolo  $\alpha$  è dato dalla relazione  $\alpha = 180^\circ - \Delta\theta$ , dove  $\Delta\theta$  è la differenza tra le due letture. Abbiamo eseguito questa misura tre volte, calcolando una media:

$$\alpha = 59,967^\circ \pm 0,005^\circ$$

Successivamente siamo passati alla misura dell'angolo di deviazione minima per ogni colore, procedendo nel seguente modo:

- abbiamo tolto il prisma e misurato  $\theta_0$ , posizione angolare del raggio non deviato;
- abbiamo rimesso il prisma e cercato la posizione in cui si vedevano le frange colorate;
- per ogni frangia visibile abbiamo trovato l'angolo di deviazione minima, cercando la posizione in cui, ruotando la piattaforma del prisma sempre nella stesso verso, la frangia invertiva il verso del proprio moto, regolando finemente la posizione con la vite micrometrica;
- abbiamo fissato quindi la piattaforma e ci siamo portati con il centro della croce del cannocchiale in corrispondenza della frangia considerata;
- abbiamo letto il valore segnato sul nonio e calcolato la differenza con  $\theta_0$  per ricavare  $\delta_{\min}$  (Tabella 2);
- abbiamo ripetuto questa operazione diverse volte per tutte le righe visibili.

### 3.3 Elaborazione dei dati

Conoscendo i valori di  $\delta_{\min}$ , abbiamo ricavato i relativi valori di  $n$  tramite la formula:

$$n(\lambda) = \frac{\sin \frac{\alpha + \delta_{\min}}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

dove  $\alpha = 59,967^\circ$  è l'angolo al vertice del prisma (Tabella 2).

Abbiamo quindi calcolato la media dei vari valori di  $n$  per ogni colore e l'errore sul valor medio tramite la deviazione standard divisa per la radice quadrata del numero di misure.

Colore	$\lambda$ (nm)	$n$	$\sigma_n$
Viola	404,4	1,8418	0,0021
Blu	435,6	1,8261	0,0021
Verde acqua	491,0	1,8064	0,0018
Verde	545,5	1,7941	0,0018
Giallo 1	577,1	1,7882	0,0015
Giallo 2	579,1	1,7875	0,0016

Per poter verificare la relazione:

$$n^2 = \frac{a}{\lambda^2} + b$$

abbiamo calcolato i valori di  $n^2$  e  $1/\lambda^2$ , con i relativi errori ed eseguendo il fit abbiamo ottenuto la seguente retta interpolante:

$$n^2 = (61900 \pm 900) \frac{1}{\lambda^2} + (3,011 \pm 0,003)$$

Colore	$1/\lambda^2$ (nm <sup>-2</sup> )	$n^2$	$\sigma_{n^2}$	$n_{\text{teo}}^2$	$\chi^2$
Viola	$6,116 \cdot 10^{-6}$	3,392	0,003	3,3891	0,9087
Blu	$5,270 \cdot 10^{-6}$	3,335	0,003	3,3368	0,3548
Verde acqua	$4,148 \cdot 10^{-6}$	3,263	0,003	3,2674	2,1065
Verde	$3,361 \cdot 10^{-6}$	3,219	0,003	3,2187	0,0134
Giallo 1	$3,003 \cdot 10^{-6}$	3,198	0,002	3,1965	0,5641
Giallo 2	$2,982 \cdot 10^{-6}$	3,195	0,002	3,1952	0,0098

$$\chi^2 = 3,9573 \quad \rightarrow \quad \tilde{\chi}^2 = \frac{\chi^2}{4} = 0,9893 \quad \rightarrow \quad \text{C.L.} = 41\% \div 52\%$$

COMMENTO: i valori di  $n$  ottenuti sono ragionevoli poiché gli indici di rifrazione di un vetro sono solitamente compresi tra 1,5 e 2; inoltre il loro valore cresce con il diminuire della lunghezza d'onda. Il valore del C.L. ci fa supporre che la retta ottenuta interpoli con buona approssimazione i punti; il valore più alto per il  $\chi^2$  relativo al verde acqua è probabilmente dovuto al fatto che questa riga era la meno visibile, e quindi potremmo aver preso delle misure meno accurate.

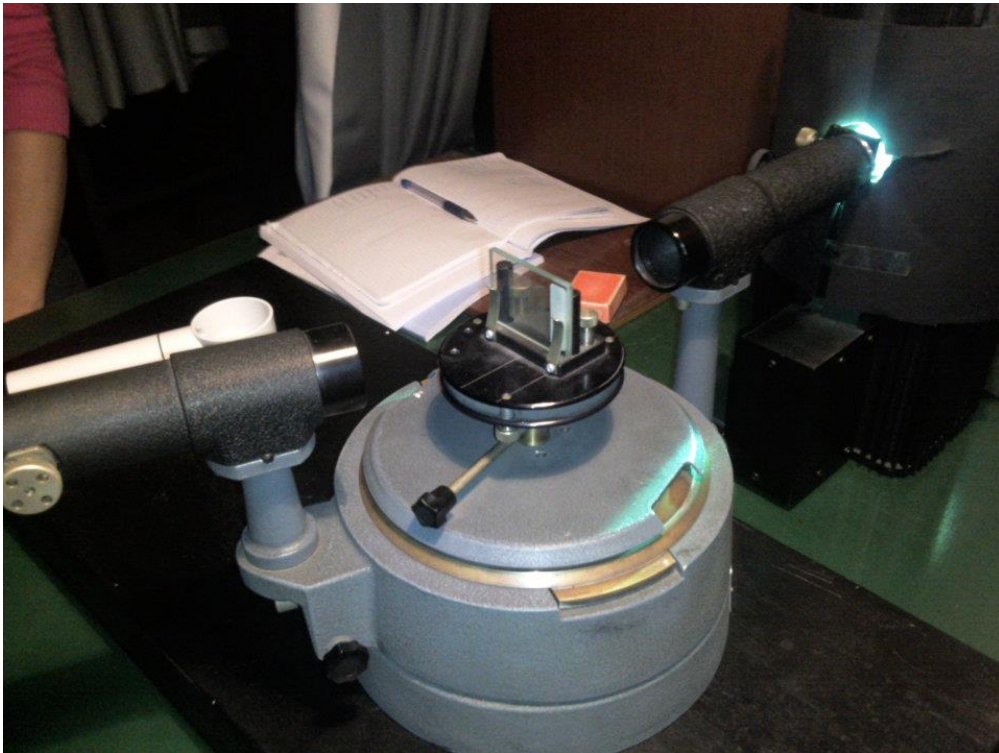


Figura 1: Apparato sperimentale (reticolo).