

# Il tubo di Kundt

Marilena Teri, Valerio Toso & Ettore Zaffaroni (gruppo 6)

## 1 Introduzione

### 1.1 Introduzione ai fenomeni in esame

Un'onda stazionaria è una perturbazione che interessa una regione limitata di spazio e non propaga; un modo per ottenere onde stazionarie è quello di far vibrare del gas presente in un tubo (chiuso o a uno o a entrambi gli estremi) a determinate frequenze, dipendenti dalla lunghezza del tubo  $L$  e dal mezzo.

L'equazione che regola la propagazione delle onde sonore è l'equazione di d'Alembert:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$$

Questa equazione si può risolvere ponendo le condizioni al contorno, che per il tubo chiuso a entrambi gli estremi sono  $\psi(0, t) = \psi(L, t) = 0$ , e si ottiene:

$$\psi(z, t) = A_n \sin(k_n z) \cos(n\omega_1 t + \phi)$$

dove  $n = 1, 2, 3, \dots$  indica il modo,  $k_n = n\frac{\pi}{L}$  e  $\omega_1$  è la pulsazione del modo fondamentale.

Ponendo le condizioni al contorno del tubo aperto,  $\psi(0, t) = 0$  e  $\frac{\partial \psi}{\partial t}(L, t) = 0$  si ottiene:

$$\psi(z, t) = A_n \sin(k_n z) \cos(n\omega_1 t + \phi)$$

con  $n = 1, 3, 5, \dots$ ,  $k_n = n\frac{\pi}{2L}$

La funzione d'onda  $\psi$  rappresenta lo spostamento delle molecole d'aria dalla posizione di equilibrio: in seguito a questo movimento si generano delle variazioni locali di pressione che dipendono dalla derivata di  $\psi$  rispetto a  $z$ ; l'onda di pressione sarà quindi sfasata di  $\pi/2$  rispetto a quella di spostamento:

$$\Delta P = -\gamma P_0 \frac{\partial \psi}{\partial z}$$

dove  $\gamma$  è il rapporto tra il calore specifico a pressione costante e quello a volume costante e  $P_0$  è la pressione dell'aria non perturbata.

Sapendo che la propagazione delle onde sonore avviene in condizioni adiabatiche, si può ricavare la formula per la velocità del suono nell'aria:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma k_B}{\mu}} \cdot \sqrt{T} \approx 20,055\sqrt{T}$$

dove  $k_B$  è la costante di Boltzmann,  $\mu$  è la massa di una molecola (nel caso dell'aria si considera la media) e  $T$  è la temperatura assoluta.

Se a un certo istante si ferma la sorgente delle vibrazioni, l'onda si smorzerà seguendo l'equazione:

$$\psi(z, t) = A_n \sin(k_n z) \cos(n\omega_1 t + \phi) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

dove  $\tau$  è il tempo di smorzamento.

## 1.2 Introduzione all'esperimento

In questo esperimento ci proponiamo di:

1. verificare che si possono generare onde stazionarie in un tubo chiuso da entrambi i lati e poi aperto da un solo lato;
2. verificare la relazione lineare  $\omega_n = vk_n$ , dove  $\omega$  è la pulsazione,  $v$  è la velocità del suono e  $k$  il numero d'onda;
3. verificare la compatibilità tra la velocità del suono calcolata tramite la formula  $v = 20,055 \cdot \sqrt{T}$ , dove  $T$  è la temperatura assoluta dell'aria, e quella ottenuta dalla relazione al punto 2; in caso di compatibilità daremo un unico valore di  $v$  con la media pesata;
4. verificare la relazione  $A_n \propto 1/n$  dove  $A_n$  è l'ampiezza dell'onda di pressione e  $n$  il modo.

## 2 Esperimento

### 2.1 Descrizione dell'apparato

L'apparato sperimentale (Figure 1, 4 e 5) consiste in un tubo di plexiglass con una membrana oscillante da un lato e un tappo con un foro dove far scorrere l'asta di sostegno del microfono. Alla membrana è collegato un generatore di segnale sinusoidale (marca R.e.S.), collegato a sua volta al primo canale di un oscilloscopio (marca Tektronix, modello TDS 1002); il microfono era collegato al secondo canale dell'oscilloscopio. Il tubo era sostenuto da dei morsetti fissati a un sostegno. Il tappo si poteva togliere per aprire il tubo da un lato e per comodità, quando era aperto, l'abbiamo fissato con un ulteriore morsetto (Figura 2).

La temperatura dell'aria è stata misurata con un termometro (sensibilità 1 °C) e la posizione dell'asta del microfono con un metro a nastro (sensibilità 1 mm).

## 2.2 Test dell'apparato (tubo chiuso)

Per prima cosa abbiamo misurato la lunghezza del tubo ( $L = 0,750 \pm 0,001$  m) e calcolato la velocità del suono alla temperatura della stanza ( $26 \pm 1^\circ C = 299 \pm 1$  K):  $v = 346,8 \pm 0,6$  m/s. Per verificare la funzionalità dell'apparato, abbiamo calcolato la frequenza teorica dei primi due modi, tramite la formula  $\nu_n = \frac{nv}{2L}$ , e portandoci col microfono nella posizione in cui ci aspettavamo un nodo, abbiamo cercato la frequenza per cui si aveva la massima ampiezza delle onde di pressione; abbiamo quindi verificato che ci fossero effettivamente due nodi e un ventre per il primo modo e tre nodi e due ventri per il secondo.

I principali problemi che abbiamo riscontrato in questa configurazione sono stati:

- il segnale del microfono registrato dall'oscilloscopio era sporco, vi era un rumore di fondo di circa 3 mV; per ovviare a questo problema abbiamo usato la funzione che permette di calcolare la media tra 4 rilevazioni (abbiamo scelto 4 rilevazioni poiché usandone di più, il tempo di risposta dell'oscilloscopio diventava troppo lungo e non si avevano significativi miglioramenti della qualità del segnale);
- l'asta che sosteneva il microfono non era centrata, quindi durante le rilevazioni abbiamo prestato attenzione a mantenerla il più dritta possibile; inoltre l'asta in un punto era storta perciò faticava a scivolare nel foro del tappo, rendendo leggermente più difficile un suo posizionamento preciso;
- nel misurare la posizione del microfono bisognava prestare attenzione agli effetti di parallasse;
- il microfono non arrivava all'estremo con il tappo, quindi non si potevano prendere le misure in quel nodo.

## 2.3 Esperimento (tubo chiuso)

L'esperimento si è articolato in più punti; per ogni modo dal primo all'ottavo abbiamo eseguito le seguenti misure:

1. lunghezza d'onda di ogni modo (Tabella 1);
2. ampiezza di oscillazione di ogni modo (Tabella 1);
3. tempo di smorzamento di ogni modo, trovando le frequenze per cui l'ampiezza si riduceva a 1/2 e applicando la formula  $\tau = 0,55/\text{FWHM}$  (Tabella 3);
4. mappatura completa di due modi, nel nostro caso il secondo e il terzo (Tabella 4);
5. una lorentziana completa di un solo modo, nel nostro caso il secondo (Tabella 5).

### **2.3.1 Misurazione della lunghezza d'onda e dell'ampiezza di ogni modo**

1. Ci siamo portati con l'asta vicino alla membrana, in quanto, essendo ad un estremo del tubo, vi si trovava sicuramente un nodo;
2. abbiamo cercato la frequenza vicina a quella teorica di ogni modo per cui si aveva il massimo valore dell'ampiezza delle onde di pressione e abbiamo verificato, muovendoci lungo il tubo, che fosse effettivamente il modo che ci aspettavamo;
3. abbiamo misurato la distanza tra due nodi che contenevano una lunghezza d'onda (per il primo abbiamo dovuto misurare  $1/4$  di lunghezza d'onda, quindi la distanza tra un nodo e il ventre, per il secondo abbiamo misurato mezza lunghezza d'onda; invece per modi successivi al quarto abbiamo verificato che la lunghezza d'onda misurata tra nodi diversi fosse la stessa);
4. abbiamo misurato l'ampiezza delle onde di pressione in un nodo e abbiamo controllato che anche quelle degli altri nodi fossero compatibili (Grafico 9).

### **2.3.2 Calcolo del tempo di smorzamento di ogni modo**

1. Ci siamo portati con il microfono in corrispondenza di un nodo;
2. abbiamo aumentato la frequenza finché l'ampiezza dell'onda si riduceva a  $1/2$  di quella iniziale;
3. ci siamo riportati sul picco e abbiamo diminuito la frequenza nello stesso modo;
4. abbiamo calcolato la FWHM e da questa il tempo di smorzamento.

### **2.3.3 Mappatura completa di due modi (2° e 3°)**

1. Ci siamo portati con il microfono vicino all'estremo del tubo con la membrana;
2. spostando il microfono di 10 cm alla volta, abbiamo misurato l'ampiezza dell'onda di pressione in ogni punto;
3. abbiamo riportato i dati in una tabella e tracciato un grafico per ogni modo (Grafici 2 e 3).

### **2.3.4 Lorentziana completa di un modo (2°)**

1. Ci siamo portati con il microfono in corrispondenza del nodo centrale del secondo modo;
2. abbiamo variato leggermente la frequenza per prendere misure di ampiezza intorno alla frequenza di picco e poi lungo le code della curva;

3. abbiamo riportato i dati in una tabella e tracciato un grafico (Grafico 4).

## 2.4 Elaborazione dei dati (tubo chiuso)

Già durante la raccolta dati abbiamo attribuito le incertezze alle varie misure:

- per le frequenze e le ampiezze misurate con l'oscilloscopio, abbiamo valutato in che range variavano;
- per le lunghezze d'onda abbiamo dovuto tener conto dell'incertezza sulla posizione di un nodo (di solito di 4-5 mm) e di quella data dall'effetto di parallasse.

### 2.4.1 Fit della retta

Abbiamo calcolato la pulsazione  $\omega$  partendo dalla frequenza  $\nu$ , il numero d'onda  $k$  partendo dalla lunghezza d'onda  $\lambda$ , e le relative incertezze (Tabella 2):

$$\begin{aligned}\omega &= 2\pi\nu & \sigma_\omega &= 2\pi\sigma_\nu \\ k &= \frac{2\pi}{\lambda} & \sigma_k &= \frac{\sigma_\lambda}{\lambda} \cdot k\end{aligned}$$

Per poter eseguire il fit, abbiamo trasportato le incertezze da  $k$  a  $\omega$ :

$$\sigma'_\omega = \sqrt{\sigma_\omega^2 + (v\sigma_k)^2}$$

dove  $v$  è la velocità del suono calcolata all'inizio dell'esperimento.

Applicando le formule per il fit lineare, abbiamo ottenuto la seguente retta interpolante i punti:

$$\omega_n = (348 \pm 8)k_n + (2 \pm 60)$$

e abbiamo tracciato il grafico (Grafico 1).

Per valutare la bontà delle misure abbiamo eseguito il test del  $\chi^2$ :

$$\chi^2 = 2,79 \quad \longrightarrow \quad \tilde{\chi}^2 = \frac{\chi^2}{6} = 0,46 \quad \longrightarrow \quad C.L. = 73\% \div 88\%$$

COMMENTO: Il C.L. compreso tra 73% e 88% mostra come sia effettivamente presente una relazione lineare tra il numero d'onda e la pulsazione. La retta calcolata sulla base degli otto punti ottenuti esprime con buona precisione questa correlazione ed è compatibile con l'origine, come era ragionevole aspettarsi; inoltre il valore trovato per la velocità del suono è compatibile con quello calcolato all'inizio. Il valore del C.L. inferiore al 90% ci fa supporre inoltre che è stata data una buona valutazione dell'incertezza.

## 2.4.2 Tempo di smorzamento

Per calcolare la FWHM è sufficiente fare la differenza tra  $\nu_{dx}$  e  $\nu_{sx}$ , da cui:

$$\tau = \frac{0,55}{FWHM} = \frac{0,55}{\nu_{dx} - \nu_{sx}}$$

Le incertezze invece sono state calcolate con:

$$\sigma_{FWHM} = \sqrt{\sigma_{\nu_{dx}}^2 + \sigma_{\nu_{sx}}^2} \quad \longrightarrow \quad \sigma_{\tau} = \frac{\sigma_{FWHM}}{FWHM} \cdot \tau$$

Tutti i dati sono riportati nella Tabella 3.

COMMENTO: I tempi di smorzamento trovati (ad eccezione del 6° e del 7°) mostrano come ci sia una correlazione tra  $\nu$  e  $\tau$ , all'aumentare del primo diminuisce il secondo. Riteniamo che i dati relativi al sesto e al settimo modo siano frutto di un errore sperimentale, in quanto è poco probabile che ci sia stata interferenza da parte di altri gruppi, dato che stavamo lavorando con i tubi chiusi.

## 2.4.3 Lorentziana

Dal grafico della lorentziana (Grafico 4) abbiamo ricavato la FWHM:

$$FWHM = 10,5 \pm 0,6 \text{ Hz}$$

L'incertezza su FWHM è più piccola di quella sulla frequenza letta dall'oscilloscopio poiché non avevamo un'incertezza così alta nel tracciare la curva per più punti. Abbiamo quindi calcolato il tempo di smorzamento e la sua incertezza:

$$\tau = 0,052 \pm 0,003 \text{ s} \quad \left( \sigma_{\tau} = \frac{\sigma_{FWHM}}{FWHM} \cdot \tau \right)$$

COMMENTO: Il tempo di smorzamento trovato con questo metodo è compatibile con quello calcolato in precedenza (Tabella 3), ed è più preciso poiché deriva dall'interpolazione di un numero superiore di punti.

## 2.4.4 Mappature

Per le mappature è stato sufficiente riportare i punti trovati su un grafico e tracciare manualmente la curva interpolante (Grafici 2 e 3). Nel nostro caso la curva ottenuta è una cosinusoide, come era ragionevole aspettarsi, dato che l'onda di pressione ha un ventre nell'estremità con membrana del tubo; essendo il tubo chiuso a entrambi i lati, ha un ventre anche dalla parte del tappo.

### 2.4.5 Ampiezza

Dai dati raccolti e dal grafico tracciato (Grafico 9) emerge che non vi è proporzionalità tra  $A_n$  e  $1/n$ , quindi è inutile fare il fit.

COMMENTO: I motivi per cui non vi è proporzionalità tra le grandezze probabilmente sono la diversa efficienza della membrana e del microfono a frequenze diverse: è ragionevole supporre che la membrana sia più efficiente a frequenze più alte (nella scala di frequenze considerate da noi: 200-2000 Hz).

## 2.5 Test dell'apparato (tubo aperto)

Come nel caso del tubo chiuso abbiamo per prima cosa misurato la lunghezza del tubo aperto ( $L = 0,755 \pm 0,001$  m), calcolato la velocità del suono ( $T = 299 \pm 1$  K  $\rightarrow v = 20,055\sqrt{T} = 346,8 \pm 0,6$  m/s) e verificato l'esistenza dei primi due modi, calcolando la frequenza teorica con la formula  $\nu = \frac{nv}{4L}$  con  $n$  dispari e controllando che si formasse un ventre all'estremità aperta del tubo; non essendo riusciti a individuare il primo modo, abbiamo cercato il terzo e il quinto.

I principali problemi che abbiamo rilevato sono:

- il rumore di fondo era cresciuto, passando dai 3 mV del tubo chiuso a circa 8 mV; anche in questo caso abbiamo usato la funzione che calcola la media, tra 4 o tra 16 rilevazioni, a seconda dei disturbi che avevamo;
- l'asta del microfono, nonostante fosse fissata con un altro morsetto, tendeva a ruotare e bisognava prestare attenzione per mantenerla centrata;
- bisognava prestare attenzione agli effetti di parallasse, anche se in questo caso potevamo avvicinare il microfono alla parete del tubo e misurare la posizione più facilmente;
- con i tubi aperti, il microfono rilevava, oltre al rumore di fondo, anche le onde sonore emesse dai gruppi vicini, che causavano battimenti e interferenze (Figura 3): spesso abbiamo dovuto attendere che gli altri finissero di prendere le misure a una certa frequenza.

## 2.6 Esperimento (tubo aperto)

Anche con il tubo aperto l'esperimento si è articolato nei punti elencati al paragrafo 2.3, con la differenza che siamo riusciti a eseguire le misure solo dei modi 3, 5, 7 e 9: non siamo riusciti a individuare il primo modo, probabilmente perché intorno a quella frequenza ( $\sim 115$  Hz) la membrana non era abbastanza efficiente.

L'esperimento si è svolto fondamentalmente nello stesso modo di quello con il tubo chiuso, valutando alla stessa maniera le incertezze, con alcune differenze:

- nella misura delle lunghezze d'onda abbiamo misurato  $\lambda/2$  solo nel modo 3 (i dati sono nella Tabella 6);
- abbiamo mappato il settimo e il nono modo, quindi abbiamo preso la misura dell'ampiezza ogni 5 cm per avere una maggiore precisione (Tabella 9);
- abbiamo fatto la lorentziana per il nono modo (Tabella 10).

I risultati delle misure dei tempi di smorzamento si trovano nella Tabella 8.

## 2.7 Elaborazione dei dati (tubo aperto)

Anche l'elaborazione dei dati si è svolta nello stesso modo del tubo chiuso, quindi ci limiteremo a riportare i risultati.

### 2.7.1 Fit della retta

I dati si trovano nella Tabella 7, il grafico è il numero 5.

$$\omega_n = (346 \pm 8)k_n + (-120 \pm 60)$$

$$\chi^2 \approx 0,76 \quad \longrightarrow \quad \tilde{\chi}^2 = \frac{\chi^2}{2} \approx 0,38 \quad \longrightarrow \quad C.L. = 67\% \div 82\%$$

COMMENTO: Come si nota anche dal grafico, la retta trovata interpola con sufficiente precisione i quattro punti; questo risultato è confermato dal test del  $\chi^2$ , che essendo compreso tra il 67% e l'82% da una parte ci conferma la validità della relazione lineare tra  $\omega_n$  e  $k_n$  e dall'altra ci fa supporre che abbiamo dato una buona valutazione delle incertezze. In questo caso però la compatibilità con l'origine della retta si ha solo entro  $2\sigma$ .

### 2.7.2 Tempo di smorzamento

Per il valori si veda la Tabella 8.

COMMENTO: Anche in questo caso vie è la stessa relazione individuata con il tubo chiuso tra  $\nu$  e  $\tau$ .



### 2.7.3 Lorentziana

I dati si trovano nella Tabella 10, il grafico è il numero 8.

$$\tau = 0,0117 \pm 0,0001 \text{ s}$$

COMMENTO: Il tempo di smorzamento trovato con questo metodo è compatibile con quello calcolato in precedenza (Tabella 8), e anche in questo caso è più preciso poiché deriva dall'interpolazione di un numero superiore di punti.

### 2.7.4 Mappature

Come nel caso del tubo chiuso è stato sufficiente riportare i punti trovati su un grafico e tracciare manualmente la curva interpolante (Grafici 6 e 7). Anche in questo caso la curva ottenuta è una cosinusoidale, come era ragionevole aspettarsi, dato che l'onda di pressione ha un ventre nell'estremità con membrana del tubo; essendo il tubo aperto dall'altro lato, in quella posizione si trova un nodo.

### 2.7.5 Ampiezza

Anche in questo caso non vi è proporzionalità tra  $A_n$  e  $1/n$ , per gli stessi motivi evidenziati nel caso del tubo chiuso (Tabella 6, Grafico 10).

### 2.7.6 Media pesata

Essendoci compatibilità tra i tre valori della velocità, possiamo calcolare la media pesata;  $v_1$  indica la velocità calcolata a partire dalla temperatura,  $v_2$  e  $v_3$  rispettivamente quelle calcolate con il tubo chiuso e con il tubo aperto:

$$v = \frac{v_1\sigma_{v_1}^{-2} + v_2\sigma_{v_2}^{-2} + v_3\sigma_{v_3}^{-2}}{\sigma_{v_1}^{-2} + \sigma_{v_2}^{-2} + \sigma_{v_3}^{-2}} = 346,8 \pm 0,6 \text{ m} \quad \left( \sigma_v = \sqrt{\frac{1}{\sigma_1^{-2} + \sigma_2^{-2} + \sigma_3^{-2}}} \right)$$

Come era ragionevole aspettarsi, la media pesata ha lo stesso valore di  $v_1$ , poiché è la grandezza che ha l'incertezza più bassa e quindi il peso più alto.

### 3 Tabelle, calcoli e figure

Lunghezza del tubo chiuso:  $L = 0,750 \pm 0,001$  m

Lunghezza del tubo aperto:  $L = 0,755 \pm 0,001$  m

#### 3.1 Tubo chiuso

Tabella 1: Dati misurati.

n	$\nu_n$ (Hz)	$\sigma_{\nu_n}$ (Hz)	$\lambda_n$ (m)	$\sigma_{\lambda_n}$ (m)	$2A_n$ (mV)	$\sigma_{2A_n}$ (mV)
1	230	1	1,51	0,03	12	1
2	459	1	0,76	0,02	36	1
3	685	2	0,52	0,01	49	1
4	910	2	0,38	0,01	40	1
5	1134	2	0,30	0,01	38	1
6	1360	3	0,24	0,01	22	1
7	1638	4	0,22	0,01	26	1
8	1869	4	0,19	0,01	31	1

$$\omega = 2\pi\nu \quad \sigma_\omega = 2\pi\sigma_\nu$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \sigma_k = \frac{\sigma_\lambda}{\lambda} \cdot k$$

$$\sigma'_\omega = \sqrt{\sigma_\omega^2 + (v\sigma_k)^2}$$

Tabella 2: Dati calcolati.

n	$\omega_n$ (rad/s)	$\sigma_{\omega_n}$ (rad/s)	$k_n$ (rad/m)	$\sigma_{k_n}$ (rad/m)	$\sigma'_{\omega_n}$ (rad/s)	$\omega_{teo}$ (rad/s)	$\chi^2$
1	1445	6	4,16	0,08	40	1450	0,0133
2	2884	6	8,3	0,2	100	2890	0,0164
3	4304	13	12,1	0,2	110	4213	0,7358
4	5718	13	16,5	0,4	200	5744	0,0469
5	7125	13	20,9	0,7	320	7275	0,2824
6	8545	18	26,2	1,1	500	9120	1,2944
7	10292	25	28,6	1,3	600	9955	0,3217
8	11743	25	33,1	1,7	800	11521	0,0758

$$S_1 = \sum_{n=1}^8 \frac{1}{\sigma_{\omega_n}^2} = 8,888 \cdot 10^{-4} \quad S_x = \sum_{n=1}^8 \frac{k_n}{\sigma_{\omega_n}^2} = 0,0054$$

$$S_y = \sum_{n=1}^8 \frac{\omega_n}{\sigma_{\omega_n}^2} = 1,89 \quad S_{xx} = \sum_{n=1}^8 \frac{k_n^2}{\sigma_{\omega_n}^2} = 0,048$$

$$S_{xy} = \sum_{n=1}^8 \frac{k_n \omega_n}{\sigma_{\omega_n}^2} = 16,7 \quad \Delta = S_{xx} S_1 - S_x^2 = 1,32 \cdot 10^{-5}$$

$$v = \frac{S_{xy} S_1 - S_x S_y}{\Delta} = 348,32 \dots \quad \sigma_v = \frac{S_1}{\Delta} = 8$$

$$b = \frac{S_{xx} S_y - S_{xy} S_x}{\Delta} = 2,14 \dots \quad \sigma_b = \frac{S_{xx}}{\Delta} = 60$$

$$\omega_n = (348 \pm 8)k_n + (2 \pm 60)$$

$$\chi^2 \approx 2,79 \quad \rightarrow \quad \tilde{\chi}^2 = \frac{\chi^2}{6} \approx 0,46 \quad \rightarrow \quad C.L. = 73\% \div 88\%$$

Tabella 3: Tempi di smorzamento.

n	$\nu_{sx}$ (Hz)	$\nu_{dx}$ (Hz)	FWHM (Hz)	$\sigma_\nu$ (Hz)	$\sigma_{FWHM}$ (Hz)	$\tau$ (s)	$\sigma_\tau$ (s)
1	224	234	10	1	1	0,055	0,008
2	452	464	12	1	1	0,046	0,005
3	680	692	12	2	3	0,046	0,012
4	900	930	30	2	3	0,018	0,002
5	1118	1155	37	2	3	0,015	0,001
6	1297	1460	163	3	4	0,0034?	0,0001
7	1590	1684	94	4	6	0,0059?	0,0004
8	1842	1890	48	4	6	0,011	0,001

$$FWHM = \nu_{dx} - \nu_{sx} \quad \sigma_{FWHM} = \sqrt{2} \cdot \sigma_\nu$$

$$\tau = \frac{0,55}{FWHM} \quad \sigma_\tau = \frac{\sigma_{FWHM}}{FWHM} \cdot \tau$$

Tabella 4: Dati mappature.

$n=2$	$\Delta z$ (cm)	$\sigma_{\Delta z}$ (cm)	$A$ (mV)	$\sigma_A$ (mV)	$n=3$	$\Delta z$ (cm)	$\sigma_{\Delta z}$ (cm)	$A$ (mV)	$\sigma_A$ (mV)
1	0,5	0,3	17	1		0,5	0,3	22	1
2	10,0	0,3	13	1		10,0	0,3	6	1
3	20,0	0,3	3	1		20,0	0,3	21	1
4	30,0	0,3	13	1		30,0	0,3	17	1
5	40,0	0,3	17	1		40,0	0,3	10	1
6	50,0	0,3	10	1		50,0	0,3	23	1
7	60,0	0,3	6	1		60,0	0,3	8	1
8	70,0	0,3	15	1		70,0	0,3	20	1

Tabella 5: Dati lorentziana.

$n=2$	$\nu$ (Hz)	$\sigma_\nu$ (Hz)	$2A$ (mV)	$\sigma_{2A}$ (mV)
1	444	1	8,8	0,5
2	449	1	13,6	0,5
3	454	1	20,0	0,5
4	456	1	29,6	0,5
5	458	1	40,0	0,5
6	460	1	38,4	0,5
7	462	1	31,6	0,5
8	464	1	20,8	0,5
9	470	1	12,4	0,5
10	474	1	8,8	0,5

$$FWHM = 10,5 \pm 0,6\text{Hz}$$

$$\tau = \frac{0,55}{FWHM} = 0,052 \pm 0,003\text{s} \quad \left( \sigma_\tau = \frac{\sigma_{FWHM}}{FWHM} \cdot \tau \right)$$

### 3.2 tubo aperto

Tabella 6: Dati misurati.

n	$\nu_n$ (Hz)	$\sigma_{\nu_n}$ (Hz)	$\lambda_n$ (m)	$\sigma_{\lambda_n}$ (m)	$2A_n$ (mV)	$\sigma_{2A_n}$ (mV)
1	---	--	-----	-----	--	--
3	334	1	0,98	0,005	30	2
5	555	2	0,60	0,005	40	5
7	772	2	0,44	0,005	32	5
9	996	2	0,34	0,005	35	2

Tabella 7: Dati calcolati.

n	$\omega_n$ (rad/s)	$\sigma_{\omega_n}$ (rad/s)	$k_n$ (rad/m)	$\sigma_{k_n}$ (rad/m)	$\sigma'_{\omega_n}$ (rad/s)	$\omega_{teo}$ (rad/s)	$\chi^2$
1	-----	--	--	--	---	-----	-----
3	2099	6	6,41	0,03	17	2097	0,4939
5	3487	13	10,47	0,09	40	3502	0,1412
7	4851	13	14,28	0,16	80	4820	0,1226
9	6258	13	18,5	0,3	130	6281	0,0212

$$S_1 = 0,0041 \quad S_x = 0,0296$$

$$S_y = 9,74 \quad S_{xx} = 0,2291$$

$$S_{xy} = 75,7 \quad \Delta = 6,34 \cdot 10^{-5}$$

$$v = \frac{S_{xy}S_1 - S_xS_y}{\Delta} = 346,35 \dots \quad \sigma_v = \frac{S_1}{\Delta} = 8$$

$$b = \frac{S_{xx}S_y - S_{xy}S_x}{\Delta} = -123,24 \dots \quad \sigma_b = \frac{S_{xx}}{\Delta} = 60$$

$$\omega_n = (346 \pm 8)k_n + (-120 \pm 60)$$

$$\chi^2 \approx 0,77 \quad \longrightarrow \quad \tilde{\chi}^2 = \frac{\chi^2}{2} \approx 0,38 \quad \longrightarrow \quad C.L. = 67\% \div 82\%$$

Tabella 8: Tempi di smorzamento.

n	$\nu_{sx}$ (Hz)	$\nu_{dx}$ (Hz)	$\sigma_\nu$ (Hz)	$\tau$ (s)	$\sigma_\tau$ (s)
1	---	---	--	----	----
3	328	341	1	0,042	0,003
5	545	569	2	0,023	0,002
7	760	790	2	0,0183	0,0012
9	976	1023	2	0,0117	0,0005

Tabella 9: dati mappature.

$n=7$	$\Delta z$ (cm)	$\sigma_{\Delta z}$ (cm)	$A$ (mV)	$\sigma_A$ (mV)	$n=9$	$\Delta z$ (cm)	$\sigma_{\Delta z}$ (cm)	$A$ (mV)	$\sigma_A$ (mV)
1	0,5	0,3	8	1	0,5	0,3	16	1	
2	5,0	0,3	5	1	5,0	0,3	8	1	
3	10,0	0,3	2	1	10,0	0,3	8	1	
4	15,0	0,3	6	1	15,0	0,3	16	1	
5	20,0	0,3	8	1	20,0	0,3	13	1	
6	25,0	0,3	7	1	25,0	0,3	3	1	
7	30,0	0,3	3	1	30,0	0,3	13	1	
8	35,0	0,3	4	1	35,0	0,3	16	1	
9	40,0	0,3	7	1	40,0	0,3	9	1	
10	45,0	0,3	7	1	45,0	0,3	5	1	
11	50,0	0,3	5	1	50,0	0,3	16	1	
12	55,0	0,3	2	1	55,0	0,3	14	1	
13	60,0	0,3	5	1	60,0	0,3	3	1	
14	65,0	0,3	7	1	65,0	0,3	13	1	
15	70,0	0,3	7	1	70,0	0,3	16	1	
16	75,0	0,3	3	1	75,0	0,3	7	1	

Tabella 10: Dati lorentziana.

$n=9$	$\nu$ (Hz)	$\sigma_\nu$ (Hz)	$2A$ (mV)	$\sigma_{2A}$ (mV)
1	961	1	11	2
2	972	1	15	2
3	978	1	20	2
4	982	1	24	2
5	988	1	29	2
6	994	1	34	2
7	996	1	35	2
8	1000	1	33	2
9	1006	1	30	2
10	1010	1	27	2
11	1016	1	21	2
12	1024	1	17	2
13	1040	1	11	2
14	1050	1	9	2

$$FWHM = 47,0 \pm 0,5\text{Hz}$$

$$\tau = \frac{0,55}{FWHM} = 0,0117 \pm 0,0001\text{s} \quad \left( \sigma_\tau = \frac{\sigma_{FWHM}}{FWHM} \cdot \tau \right)$$

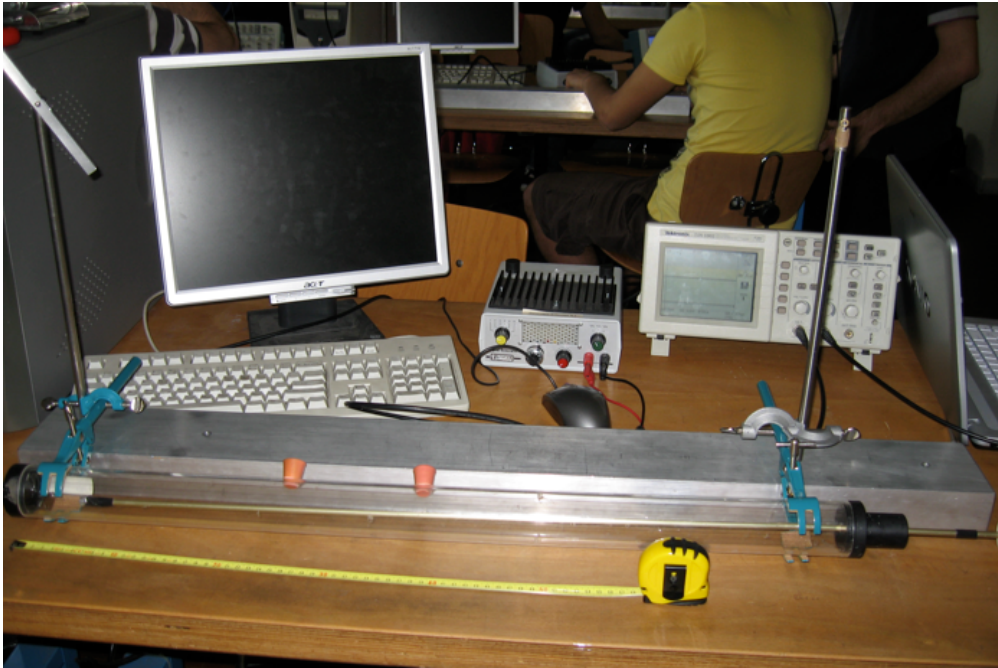


Figura 1: Panoramica del sistema (tubo chiuso).

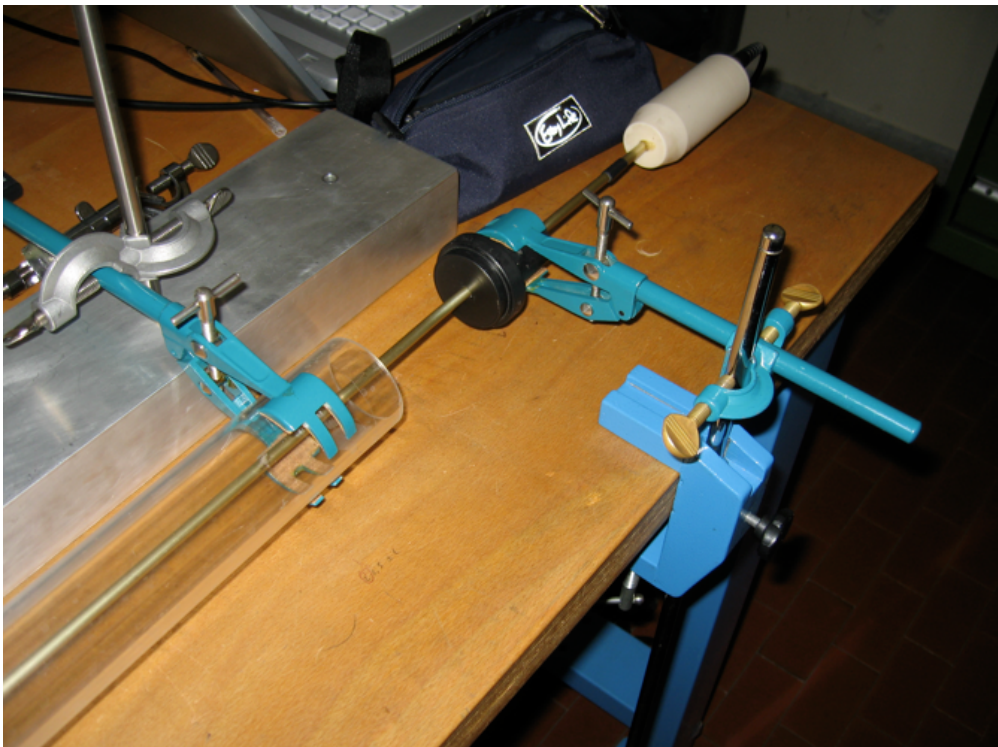


Figura 2: Sistema di fissaggio del tappo con il tubo aperto.



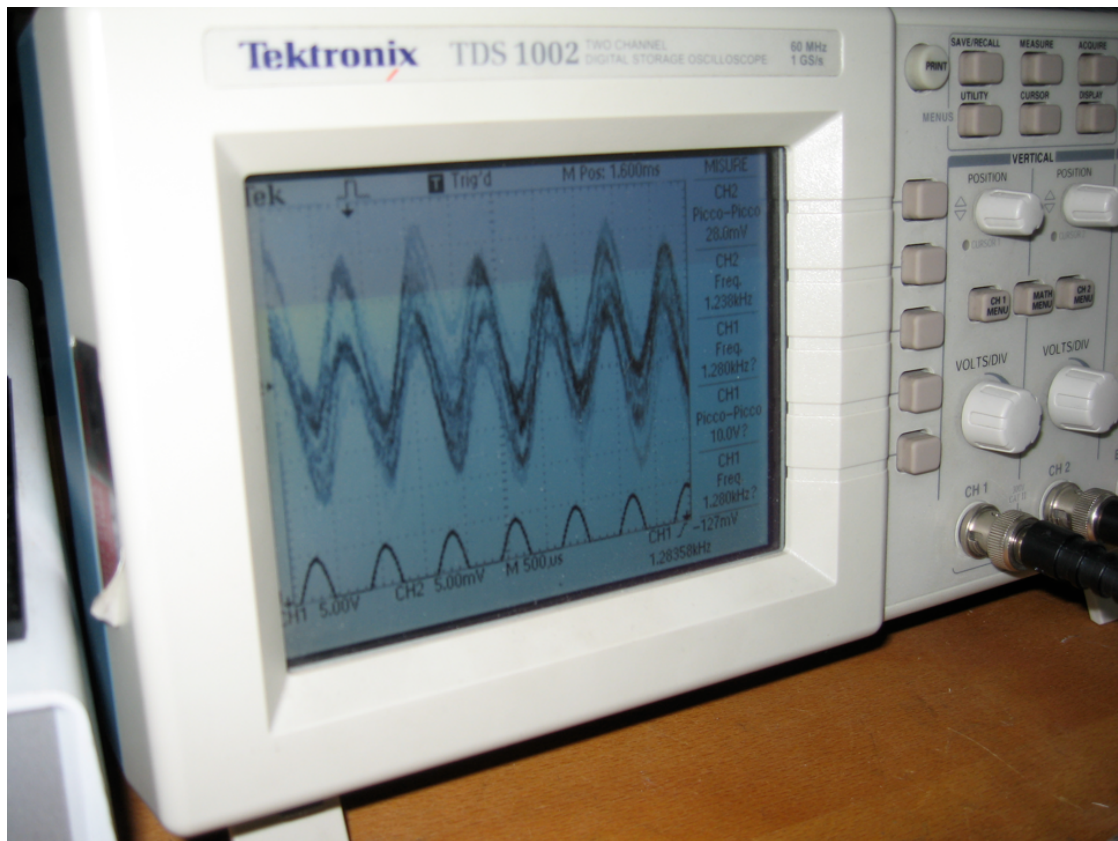


Figura 3: Interferenze sull'oscilloscopio.