

# Misura di $e/m$

Marilena Teri, Valerio Toso & Ettore Zaffaroni (gruppo Lu4)

## 1 Introduzione

### 1.1 Introduzione ai fenomeni in esame

Un elettrone all'interno di un campo elettrico risente della forza elettrica e quindi viene accelerato. La velocità che raggiunge si ricava applicando il principio di conservazione dell'energia:

$$\frac{1}{2}mv^2 = e\Delta V$$

dove  $m$  è la massa dell'elettrone,  $e$  la sua carica,  $v$  la velocità che raggiunge e  $\Delta V$  la differenza di potenziale che genera il campo elettrico.

Se questo entra in un campo magnetico  $\vec{B}$  (nel nostro caso generato da una coppia di bobine di Helmholtz) con velocità  $\vec{v}$ , su di esso agisce la forza di Lorentz; questa forza, che ha espressione  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ , è sempre perpendicolare sia alla velocità che al campo magnetico, quindi non modifica l'energia cinetica dell'elettrone, ma solo la sua direzione. Se il campo magnetico è uniforme, l'elettrone avrà un moto elicoidale e in particolare, se la sua velocità iniziale è perpendicolare a  $\vec{B}$ , seguirà una traiettoria circolare.

Uguagliando il modulo della forza di Lorentz a quello della forza centripeta (nel caso in cui gli elettroni si muovano perpendicolarmente al campo magnetico), si ottiene:

$$evB = \frac{mv^2}{r} \quad \longrightarrow \quad \frac{e}{m} = \frac{v}{Br}$$

### 1.2 Introduzione all'esperimento

Questo esperimento si dividerà in due parti: nella prima cercheremo di trovare il valore di  $e/m$  per l'elettrone (non relativistico) e lo confronteremo con quello internazionalmente accettato di  $1,7588 \cdot 10^{11}$  C/kg, mentre nella seconda misureremo la componente orizzontale del campo magnetico terrestre.

Per la prima parte utilizzeremo la formula:

$$B^2 R^2 = \frac{1}{e/m} 2V$$

dove  $B$  è il campo magnetico generato dalle bobine,  $R$  è il raggio della traiettoria degli elettroni e  $V$  è la differenza di potenziale applicata per accelerarli. Abbiamo scelto di porre  $V$  sull'asse delle ascisse poichè dovendo eseguire un fit è necessario che, per la legge dei minimi quadrati, l'errore sulle misure in ascissa sia trascurabile rispetto a quello sulle ordinate ( $B^2R^2$ ).

Le misure che andremo ad effettuare saranno quelle di  $V$ ,  $I$ , e  $2R$ , dove la prima è la tensione applicata al cono metallico, la seconda è la corrente che scorre nelle bobine e la terza è il diametro della traiettoria degli elettroni. Il campo magnetico nel centro di simmetria delle bobine di Helmholtz  $B$  si ricava tramite la formula:

$$B = \mu_0 \frac{8}{5\sqrt{5}} \frac{NI}{R_b}$$

dove  $N$  è il numero di spire di una singola bobina e  $R_b$  è il raggio medio delle bobine. Dato che queste generano un campo altamente uniforme, è valida con buona approssimazione anche in un intorno del centro.

## 2 Esperimento (prima parte)

### 2.1 Descrizione dell'apparato

L'apparato sperimentale (Figura 1) consiste in un'ampolla di vetro di forma sferica all'interno della quale è presente idrogeno alla pressione di  $10^{-2}$  torr<sup>1</sup> e un cannone elettronico; questo è costituito da un filamento che emette elettroni per effetto termoionico ed è racchiuso in un cono metallico con un piccolo foro in cima che ha lo scopo di accelerare gli elettroni per mezzo di una differenza di potenziale.

Gli elettroni vengono deviati da un campo magnetico perpendicolare al loro moto, generato da una coppia di bobine di Helmholtz e seguono una traiettoria circolare; sono resi visibili da una luminescenza azzurra generata dalla loro collisione con le molecole di idrogeno. Per misurare il diametro della traiettoria sono presenti una guida con due traguardi mobili che si muovono lungo di essa, mentre dietro l'ampolla è presente uno specchio per diminuire gli errori dovuti alla parallasse.

Tutto l'apparato è alimentato da due alimentatori: uno fornisce una corrente costante alle bobine (1-2.5 A), mentre l'altro una tensione costante tra cono metallico e filamento (150-450 V) e la corrente necessaria a rendere il filamento incandescente. La corrente di alimentazione delle bobine e la tensione tra cono metallico e filamento viene misurata da due tester (precisione rispettivamente 0,002 A e 1 V).

---

<sup>1</sup>Se la pressione non fosse stata così bassa, gli elettroni avrebbero colliso subito con le molecole di idrogeno e non si sarebbe visto nulla.

## 2.2 Test dell'apparato

Una volta effettuati tutti i collegamenti, abbiamo girato l'apparato in modo che il campo magnetico generato dalle bobine fosse ortogonale a quello terrestre, in modo che influisse il meno possibile, poi abbiamo acceso gli alimentatori e abbiamo verificato la presenza della scia lasciata dagli elettroni. A questo punto abbiamo preso tre misure, abbiamo tracciato un grafico (Grafico 1) e abbiamo verificato che il valore di  $e/m$  ottenuto fosse almeno dello stesso ordine di grandezza di quello tabulato.

$V$ (V)	$\sigma_V$ (V)	$I$ (A)	$\sigma_I$ (A)	$2R$ (m)	$\sigma_{2R}$ (m)
185	1	1,271	0,002	0,081	0,005
284	1	1,268	0,002	0,108	0,005
447	1	1,493	0,002	0,119	0,005

Le tre misure risultano sufficientemente allineate, e calcolando il valore di  $e/m$  come inverso del coefficiente angolare delle due più distanti, si ottiene  $1,825 \cdot 10^{11} \pm 0,3$  C/kg, che è un valore confrontabile con quello tabulato.

Il problema principale che abbiamo riscontrato in questo apparato è stato che quando il diametro della traiettoria scendeva sotto i 5 cm circa, diventava difficile misurarlo con precisione.

## 2.3 Esecuzione dell'esperimento

Lasciando le bobine orientate come nel test, abbiamo preso diverse misure di  $V$ ,  $I$ , e  $2R$  (Tabella 1): le prime due venivano lette sui tester, mentre per misurare il diametro della traiettoria bisognava allineare un occhio con la scia lasciata dagli elettroni e il suo riflesso sullo specchio, e in seguito spostare il traguardo mobile e far combaciare un suo lato alla scia. Una volta posizionati entrambi, si misurava la loro distanza con un righello.

Abbiamo ritenuto opportuno dare un'incertezza di 5 mm a queste misure perché, soprattutto dalla parte del cannone elettronico, era più difficile allineare la scia con il suo riflesso, dato che questa era più debole.

Una volta eseguite queste misure, abbiamo girato l'apparato in modo che il campo magnetico generato dalle bobine fosse prima parallelo e poi antiparallelo al campo magnetico terrestre, in modo da valutare se quest'ultimo potesse dare un contributo significativo al risultato dell'esperimento. In queste configurazioni abbiamo preso 10 misure per ogni verso (Tabelle 3 e 5).

## 2.4 Elaborazione dei dati

Una volta raccolte tutte le misure, abbiamo eseguito un programma che dividesse per 2 i valori dei diametri, moltiplicasse per 2 le tensioni (e le relative incertezze), che calcolasse il valore di  $B^2R^2$  per ogni coppia di valori di  $I$  e  $R$  e che eseguisse il fit della retta, calcolando anche il  $\chi^2$  di ogni misura e quello totale (Tabella 2 e Grafico 2 per il campo perpendicolare al campo magnetico terrestre, Tabelle 4 e 6, Grafici 3 e 4 per quello parallelo e antiparallelo); per il valore del C.L. ci siamo invece basati sui valori tabulati. Abbiamo dunque ottenuto i seguenti risultati:

### Caso perpendicolare

retta interpolante:  $B^2R^2 = (5,2 \cdot 10^{-12} \pm 0,2 \cdot 10^{-12}) \cdot 2V - (4,8 \cdot 10^{-10} \pm 1,4 \cdot 10^{-10})$

$$e/m = 1,92 \cdot 10^{11} \pm 0,09 \cdot 10^{11}$$

$$\chi^2 = 7,882 \quad \longrightarrow \quad \tilde{\chi}^2 = \frac{\chi^2}{34} = 0,2318 \quad \longrightarrow \quad \text{C.L.} = 67\% \div 82\%$$

COMMENTO: Il valore di  $e/m$  ottenuto è compatibile entro  $2\sigma$  con il valore universalmente accettato; il valore del  $\chi^2$  e del C.L. ci fa supporre inoltre che sia stata data una buona valutazione dell'incertezza. La compatibilità con l'origine della retta, però, si ha solo entro  $4\sigma$  e questo è probabilmente dovuto a un errore sistematico nella misura del raggio oppure nella valutazione del campo magnetico generato dalle bobine.

### Casi parallelo e antiparallelo

retta interpolante (parallelo):  $B^2R^2 = (5,8 \cdot 10^{-12} \pm 0,4 \cdot 10^{-12}) \cdot 2V - (1,1 \cdot 10^{-10} \pm 0,3 \cdot 10^{-10})$

$$e/m = 1,73 \cdot 10^{11} \pm 0,12 \cdot 10^{11}$$

$$\chi^2 = 8,8762 \quad \longrightarrow \quad \tilde{\chi}^2 = \frac{\chi^2}{8} = 1,1095 \quad \longrightarrow \quad \text{C.L.} = 30\% \div 37\%$$

retta interpolante (antiparallelo):  $B^2R^2 = (5,4 \cdot 10^{-12} \pm 0,7 \cdot 10^{-12}) \cdot 2V - (5 \cdot 10^{-10} \pm 4 \cdot 10^{-10})$

$$e/m = 1,9 \cdot 10^{11} \pm 0,2 \cdot 10^{11}$$

$$\chi^2 = 2,5494 \quad \longrightarrow \quad \tilde{\chi}^2 = \frac{\chi^2}{8} = 0,3187 \quad \longrightarrow \quad \text{C.L.} = 67\% \div 82\%$$

COMMENTO: Anche in questi due casi, il valore di  $e/m$  ottenuto è compatibile con quello tabulato, e come ci aspettavamo, quando il campo magnetico terrestre è parallelo a quello delle bobine, si ha un coefficiente angolare maggiore di quando è antiparallelo. Anche in questo caso i C.L. hanno dei valori accettabili; il primo è più basso del secondo perché vi sono due misure (la 5<sup>a</sup> e la 10<sup>a</sup>) che si scostano abbastanza dal valore teorico, quindi danno un contributo maggiore al  $\chi^2$ . Nel caso antiparallelo si ha una maggiore compatibilità con l'origine, che continua però a mancare in quello parallelo.

### 3 Esperimento (seconda parte)

#### 3.1 Descrizione dell'apparato

L'apparato sperimentale consiste in una coppia di bobine di Helmholtz con al centro un ago magnetico montato su un goniometro con la precisione del grado.

Le bobine sono alimentate in corrente costante da un alimentatore (0-2 A) e la corrente è limitata da una resistenza. La misura della corrente è effettuata con un tester (precisione 0.5 mA).

#### 3.2 Esecuzione dell'esperimento

Per prima cosa abbiamo orientato lo 0 del goniometro in direzione nord e abbiamo verificato che al passaggio di corrente nelle bobine si spostava. Abbiamo quindi eseguito i seguenti passaggi:

1. Abbiamo aumentato la corrente finché l'ago non si fosse ruotato di un certo angolo (nel nostro caso 20°, 30°, 40°), facendolo oscillare per limitare i problemi dovuti all'attrito statico;
2. abbiamo letto il valore della corrente sul tester;
3. abbiamo ripetuto l'operazione anche con la polarità invertita e per i diversi valori dell'angolo;
4. abbiamo riportato i dati nella Tabella 7.

#### 3.3 Elaborazione dei dati

Per ricavare la componente orizzontale del campo magnetico terrestre vale la formula:

$$\frac{B_z}{B_t - B_r} = \tan \theta$$

Dove  $B_z$  è la componente assiale del campo magnetico generato dalle bobine di Helmholtz,  $B_r$  è quella radiale (dovuta allo “spanciamento” delle linee di campo),  $B_t$  è la componente orizzontale del campo magnetico terrestre e  $\theta$  è l’angolo di cui ruota l’ago (Figura 2).

Dato che la formula utilizzata nella prima parte dell’esperimento vale solo al centro delle bobine e in questo caso, a causa della maggiore precisione richiesta, non è possibile fare la stessa approssimazione, per i valori di  $B_z$  e di  $B_r$  si utilizzano i valori dati in tabella<sup>2</sup> dati per un’intensità  $I_0 = 100$  mA, utilizziamo la formula:

$$B_t = \frac{I}{I_0}(B_z \cot \theta + B_r)$$

Abbiamo trovato il valore di  $B_t$  per ogni valore (sia positivo che negativo) dell’angolo e abbiamo calcolato la media e l’errore con la deviazione standard.

Abbiamo ottenuto il seguente risultato:

$$B_t = 0,55 \pm 0,01 \text{ G}$$

COMMENTO: Il valore di  $B_t$  è leggermente più alto di quello che ci si aspettava ( $0,3 \div 0,5$  G); questo può essere dovuto a un errore sistematico (tutti i valori di  $B_t$  sono maggiori di 0,5 G) oppure al fatto che dovevano essere prese più misure per poter dare un valore più attendibile.

---

<sup>2</sup>E. Acerbi, M. Sorbi, Laboratorio di fisica, ed. cusl, pag. 62